

破解“热点猜想”关键难题

华南理工大学成果再登顶尖数学期刊



1月13日,华南理工大学数学学院副教授姚若飞与西安交通大学教授陈红斌、澳门大学教授桂长峰合作的论文 Uniqueness of critical points of the second Neumann eigenfunctions on triangles 被 *Inventiones Mathematicae*(《数学新进展》,世界四大顶尖数学期刊之一)在线发表。

这也是自2025年以来,华南理工大学数学学院教师高水平成果第二次被四大顶刊接受发表,凸显了学校和学院在基础研究领域的持续突破与深厚潜力。《数学新进展》创刊于1966年,被认为是全球最负盛名的数学期刊之一,以在国际纯数学领域的顶尖影响力著称。《数学新进展》以极其严格的审稿标准与对原创性和突破性的高要求闻名,论文录用率长期处于较低水平,通常仅接收具有重要理论创新与实质性推进的研究成果。

系统攻坚: 解开三角形上的关键谜题

这项研究源于一个已有50年历史,既经典又带着“生活温度”的数学猜想——“热点猜想”。

想象一个绝热的房间(墙壁既不吸热也不放热),若在某处短暂加热,热量便会从高温向低温扩散。随时间推移,温度逐渐趋于一致;但只要系统尚未完全均匀,房间内就仍会存在“最热点”与“最冷点”。直觉上,人们倾向于认为:在时间足够长但尚未达到平衡时,这些极热或极冷点更可能出现在墙面边缘,而非房间内部——这正是美国数学家 Rauch 于1974年提出的“热点猜想”。

温度演化满足带有绝热 (Neumann) 边界条件的热方程。在时间足够长的情形下,温

度分布主要由“衰减最慢的首个非平凡模式”主导,即拉普拉斯算子的第二 Neumann 特征函数(第一特征函数为常数,对应完全均匀状态)。

因此,在数学家的眼里,热点猜想可等价表述为:对于平面上的凸区域,拉普拉斯算子的第二 Neumann 特征函数的最大值与最小值只能在区域边界处取得。

半个多世纪以来,热点猜想持续吸引着国际数学界的广泛关注。菲尔兹奖得主 Wendelin Werner、陶哲轩,以及美国艺术与科学院院士、麻省理工学院 David Jerison 教授等多位顶尖学者,围绕不同几何区域和特殊情形取得了一系列重要进展。然而,作为最基本的凸多边形之一,平面三角形虽结构简明,其特征函数的精细行为分析却长期被认为极具挑战:它既是热点

猜想研究中的关键难点,也是检验相关理论与方法的重要基础模型。

该论文聚焦三角形情形,开展了系统而深入的分析:不仅解决了菲尔兹奖得主陶哲轩于2012年在 Polymath Project 7 中提出的“最大值的精确位置”公开问题,还完善了 *Annals of Mathematics* (2020) 相关文章中提出的关于临界点的公开问题及其主要结论(该文后续修订指出原定理证明不完整),并对 David Jerison 教授提出的特征函数单调性问题给出了解答。此外,研究还就特征函数节点线位置、混合边值问题的特征值不等式等若干公开问题给出了进一步解答。

在三角形这一基础几何模型中,作者们围绕第二 Neumann 特征函数的一系列关键结构问题给出了系统且严格的结论;相

关方法与结果可为谱几何、偏微分方程及相关方向的后续研究提供参考。

厚积薄发: 十余年磨一剑的学术旅程

一项重要成果的背后,往往是漫长而扎实的积累。姚若飞自博士阶段初次接触这一难题起,至论文最终发表,前后跨越约13年;而真正进入集中攻关、反复打磨并完成投稿录用,则经历了5年的深度投入。这段历程并非一帆风顺:中途有过停滞与焦虑,但团队始终在一次次推演与修正中把问题向前推进。

在关键技术路线上,研究曾尝试以复分析思路切入,但进展受阻。研究在团队成员桂长峰教授2018年发表于《数学新进展》的相关工作启发下,采用“直接证明对称性”的思路推进,局面由此逐步打开。与此同时,在

持续的文献梳理中,团队还从一篇2016年的论文里注意到一个与特征值不等式相关的公开问题;对该问题的解决,恰好补齐了刚性论证中的最后一块关键拼图。

团队成员还分享了一个细节:关键证明的突破并非偶然,而是在一次需要长时间保持专注的间隙里,经由反复推演逐步贯通的——“当时我们就在脑海里一遍遍把思路过一遍,忽然将几个看似不相关的知识点串联起来,关键的证明路径也随之清晰浮现。”而这种“豁然开朗”,背后离不开前期大量文献的系统整理,以及团队长期的交流讨论与持续打磨。

论文的发表过程亦充满挑战。文章历经3次修改,审稿人的意见极为严苛,甚至要求仔细对比并论述与英美学者前期工作的具体差异。姚若飞感慨说:“顶级期刊的审稿非常严格,要求文章几乎完美无瑕。这个过程虽然痛苦,却极大提升了研究的严谨性与完整性。”

华南理工大学数学学院关心青年教师成长,为其创造优质且宽松的学术研究环境,也是姚若飞此次科研攻关成功的因素之一。长期以来,数学学院支持青年教师进行国内外学术交流与合作,常态化邀请知名学者指导青年教师开展科学研究、教育教学、项目申报等工作,助其迅速成长为学院学科骨干。

本报记者 冯海波
通讯员 华轩

1月10日,华南农业大学(以下简称“华农”)在丁颖礼堂举行服务十五运会和残特奥会总结大会。大会全面总结了学校服务保障十五运会和残特奥会工作情况,表彰了一批在服务保障工作中表现突出的先进个人,并为寒假“万名学子乡村大调研行动”吹响集结号,勉励青年学子从服务赛事到建功田野,续写社会服务新篇章。



启动仪式

2000余名师生 护航赛事展风采

十五运会和残特奥会广州赛区执委会副主任、华农校长薛红卫表示,作为广东省唯一的教育部立德树人机制综合改革试点高校,华农组织2000余名师生做好十五运会排球(男子20岁以下组)、残特奥会坐式排球项目等赛事服务,成功打造了一堂参

与广、扎根深、效果实的“大思政课”,让青春在服务国家重大任务中绽放绚丽光彩。这些实践做法与育人成效既为本次赛事圆满完成提供了坚实支撑,更为学校今后承担重大任务积累了宝贵经验,全校上下要以更有力的举措、更务实的作风,把赛事育人成果充分转化为办学治校的实际成效,为强国建设作出更大贡献。

华农服务十五运会及残特奥会总结大会举行

学子乡村大调研寒假再出征

据介绍,赛事期间,以“00后”为主体、党团员占比超85%的华农“小海豚”志愿者队伍表现出色,华农“圣火采集少女”“运动员入场引导员”“排球赛事快擦手”等学子表现广受赞誉,“最强氛围组”“暖场王”等典型故事全网点赞。在会上,师生们共同观看了赛事服务全回顾视频,志愿者代表讲述服务故事、艺术学子带来手语表演,圣火采集少女、引导员和执旗手代表上台重现经典时刻。当熟悉的画面闪过,大家时而爆发出会心笑声,时而响起情不自禁的赞叹声,气氛温馨热烈。

在“记忆的珍藏”移交仪式上,十五运会排球(男子20岁以下组、男子18岁以下组)、残特奥会坐式排球竞委会将十五运会排球(男子20岁以下组)冠军浙江队的签名排球、赛会旗帜、志愿者服装、“小海豚”志愿者日志等一批具有纪念意义的赛事物品捐赠给华农校史馆。

“听到大家‘8秒擦拭’‘上千次指引’‘零晃动守护’等故事,我特别有感触。”奥运跳水冠军、中国青年志愿者协会常务理事、广东省青年志愿者协会副会长陈艾森与华农师生分享了赛

体会,点赞华农志愿者的出色表现。

陈艾森受聘华农“体教融合”特约辅导员,并为华农服务十五运会和残特奥会师生宣讲团授旗。陈艾森还参加了绿化志愿服务,与同学们一起在华山学生活动中心广场打造了承载特殊记忆的“冠军志愿者花坛”。

“能参与高水平排球赛事、感受台前幕后运作并提供帮助,感觉特别有意义。”十五运会排球项目(男子20岁以下组)“快擦手”志愿者、生命科学学院2024级生物学硕士研究生潘伟雄表示,将继续用行动践行奉献、友爱、互助、进步的志愿精神,展示华农青年服务社会的担当。

约400支队伍 奔赴乡村调研

服务十五运会和残特奥会的奋斗历程告一段落,服务“百千万工程”的征途仍在进行中。寒假在即,华农新一期“万名学子乡村大调研行动”正式启动。据了解,学校将集结近400支队伍4000余师生,聚焦县域产业,围绕壮大特色产业集群、促进农文旅融合、推动县镇村协同、助力城乡面貌整体提升、激活基层

内在活力等内容开展调研,为乡村振兴贡献青春力量。

在启动仪式上,薛红卫勉励同学们将赛场上奋勇争先的拼搏精神带到乡村调研的实践课堂,以饱满的热情为乡村振兴作出更多的华农贡献。他希望同学们胸怀“国之大者”,深入田间地头、农户家中,了解最真实的国情、省情、农情,在实践中开阔视野、增长才干,坚持“学以致用”、发挥专业优势,围绕乡村发展需求,勤于思考和探索,努力形成一批有价值的实践成果,并叮嘱大家牢记“安全第一”,在知行合一中“守底线”。

“我们的项目聚焦无人机施药技术,刚好能对接当地柑橘黄龙病防治的需求,而且团队在当地设有科技小院,已经做了长期的点对点技术落地准备。”人工智能与低空技术学院2024级电子信息工程专业本科生冯家颖表示,自己已连续两年参与乡村实践调研,今年将继续随团队奔赴柑橘产业特色乡村,期待在新的一年里更加深入乡村一线,在实践中实现人生价值。

本报记者 刘肖勇
通讯员 林慷祺

图片由华南农业大学提供